ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

УДК 5127.956
ББК 146

И. А. Ефимова

Решение первой краевой задачи для уравнения Лапласа в полосе

Получены формулы, позволяющие по известному решению классической задачи Дирихле в полуплоскости строить решения первой краевой задачи в кусочно-однородной полосе с пленочными включениями, моделирующими естественные трещины и завесы, параллельные границам полосы.

Рассмотрим первую краевую задачу в полосе $D(x \in R, -l < y < l)$, разделенной сильно проницаемой трещиной $y = 0$ на две зоны $D_1(-l < y < 0)$ и $D_2(0 < y < l)$, $x \in R$ проницаемости k_i в D_i. Для функций $u_i(x, y)$ в D_i задача имеет вид

$$\Delta u_i = 0, \qquad u_{2|y=l} = f(x), \qquad u_{1|y=-l} = 0, \tag{1}$$

$$y = 0: \quad u_2 = u_1, \qquad k_2 \partial_y u_2 - k_1 \partial_y u_1 = A \partial_y^2 u_1, \tag{2}$$

где A – параметр трещины [1], $\partial_y^n = \partial^n / \partial y^n$. Задачу (1), (2) будем решать методом свертывания разложений Фурье [1, 2]. Для этого наряду с данной задачей рассмотрим классическую задачу Дирихле в полуплоскости $D_0(x \in R, y < 0)$ с граничной функцией $f(x)$ (1):

$$\Delta F = 0, \qquad F_{|y=0} = f(x). \tag{3}$$

Решение задачи (3) строится по формуле Пуассона и далее считается известной функцией $F(x, y)$.

Предположим, что функция $F(x,0)$ разлагается в интеграл Фурье, т. е. $F(x,0) = \int_0^\infty g(x,\lambda)\, d\lambda$, где

$$g = f_1 \sin\lambda x + f_2 \cos\lambda x, \qquad (4)$$

f_i – коэффициенты Фурье функции $F(x,0)$. Отсюда функция $F(x, y)$ представима в виде

$$F(x, y) = \int_0^\infty e^{\lambda y} g\, d\lambda, \qquad y \le 0 \qquad (5)$$

(интеграл (5) является решением задачи Дирихле (3), полученным методом Фурье). Представим решение задачи (1), (2) в виде

$$u_1 = \int_0^\infty a_1\, g\, sh\lambda(y+l)\, d\lambda, \quad u_2 = F(x, y) + \int_0^\infty a_2\, g\, sh\lambda(y-l)\, d\lambda, \qquad (6)$$

при этом функции u_i удовлетворяют уравнению и граничным условиям (1). Из условий (2) с учетом (5) для параметров a_i получим систему алгебраических уравнений $(a_1 + a_2)s = 1$, $a_1(k_1 c + A\lambda s) - a_2 k_2 c = k_2$, решение которой имеет вид

$$a_1 = \frac{k_2(s+c)}{s[A\lambda s + c(k_1+k_2)]}, \; a_2 = \frac{(A\lambda - k_2)s + k_1 c}{s[A\lambda s + c(k_1+k_2)]}, \qquad (7)$$

где $s = sh\lambda l$, $c = ch\lambda l$.

Выразим функции u_i непосредственно через заданную функцию $F(x, y)$ (без разложений Фурье). С учетом очевидного равенства

$$\frac{(k_1+k_2)c}{s[A\lambda s+c(k_1+k_2)]}=\frac{1}{s}-\frac{A\lambda}{A\lambda s+c(k_1+k_2)}$$

представим параметры (7) в виде

$$a_1=\frac{k_2}{k_1+k_2}\left(\frac{1}{s}-\frac{\lambda-\gamma}{\lambda s+\gamma c}\right), a_2=\frac{k_1}{(k_1+k_2)s}+\frac{k_2(\lambda-\gamma)}{(k_1+k_2)(\lambda s+\gamma c)}. \quad (8)$$

где

$$\gamma=\frac{k_1+k_2}{A}. \quad (9)$$

Раскладывая дроби (8) в геометрические прогрессии, получим:

$$\frac{1}{s}=\frac{2}{e^{\lambda l}-e^{-\lambda l}}=\frac{2e^{-\lambda l}}{1-e^{-2\lambda l}}=2\sum_{n=0}^{\infty}e^{-\lambda l(2n+1)},$$

$$\frac{\lambda-\gamma}{\lambda s+\gamma c}=\frac{2(\lambda-\gamma)}{e^{\lambda l}(\lambda+\gamma)-e^{-\lambda l}(\lambda-\gamma)}=\frac{2e^{-\lambda l}(\lambda-\gamma)}{(\lambda+\gamma)(1-q)}=$$

$$=2\sum_{n=0}^{\infty}e^{-\lambda l(2n+1)}\left(1-\frac{2\gamma}{\lambda+\gamma}\right)^{n+1},$$

где

$$q=e^{-2\lambda l}\left(1-\frac{2\gamma}{\lambda+\gamma}\right), \qquad |q|<1.$$

Из равенства (5) следует $F(x, y-t) = \int_0^{\infty} e^{\lambda(y-t)} g\, d\lambda$, $t > 0$. Умножая это равенство на $e^{-\gamma t} t^n$ и интегрируя по $t \in (0, \infty)$, находим (см. [1])

$$\frac{1}{n!}\int_0^{\infty} e^{-\gamma t} t^n F(x, y-t)\,dt = \int_0^{\infty} \frac{e^{\lambda y}}{(\lambda+\gamma)^{n+1}} g\, d\lambda, \quad \gamma > 0, \quad y \le 0,$$
$$n = 0, 1, 2, \ldots,$$

где g имеет вид (4). Отсюда с учетом формулы бинома Ньютона окончательно решение задачи (1), (2) получим в виде

$$u_1 = \frac{k_2}{k_1+k_2}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{F(x, y_1) - F(x, y_2) - \sum_{k=0}^{n+1} T_{nk}[\Phi_k(x, y_1) - \Phi_k(x, y_2)]\right\},$$

$$u_2 = F(x, y) + \frac{1}{k_1+k_2}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{k_1[F(x, y_3) - F(x, y_4)] + \right.$$

$$\left. + k_2\sum_{k=0}^{n+1} T_{nk}[\Phi_k(x, y_3) - \Phi_k(x, y_4)]\right\}, \qquad (10)$$

где $T_{nk} = C_{n+1}^k (-2\gamma)^k$, C_{n+1}^k – биномиальные коэффициенты, $y_1 = y - 2nl$, $y_2 = -y - 2l(n+1)$, $y_3 = y - 2l(n+1)$, $y_4 = -y - 2nl$, $\Phi_0(x, y) = F(x, y)$,

$$\Phi_k(x, y) = \frac{1}{(k-1)!}\int_0^{\infty} e^{-\gamma t} t^{k-1} F(x, y-t)\,dt, \quad k = 1, 2, \ldots,$$

$F(x, y)$ – решение задачи Дирихле (3) в полуплоскости, γ имеет вид (9).

Библиографический список:

1. Холодовский С. Е. Метод свертывания разложений Фурье. Случай обобщенных условий сопряжения типа трещины (завесы) в кусочно-неоднородных средах // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45. № 6. С. 855-859.

2. Холодовский С. Е. Метод свертывания разложений Фурье. Случай трещины (завесы) в неоднородном пространстве // Дифференц. уравнения. 2009. Т. 45. № 8. С. 1204-1208.

УДК 520
ББК 220.65

Н. М. Кокшарова

Естественнонаучные знания в структуре личности современного человека

В статье рассматривается проблема повышения эффективности естественнонаучного образования, как необходимого условия формирования у студента научной грамотности и более полному пониманию мироустройства. Рассмотрены возможности интеграции различных дисциплин, как один из методов формирования представлений о единой естественнонаучной картине мира и развитию естественнонаучного мышления.

Ключевые слова: естественнонаучное мировоззрение, социоприродное окружение, интегративный подход.

Политические, социальные, культурные и экономические реалии требуют качественно иного уровня теоретической и практической подготовки работника-профессионала, что отразилось на отечественной системе образования. Возможность оптимально ориентироваться в изменяющемся мире, в его противоречивости и многообразии современный специалист должен владеть различными методами познания, иметь широкий кругозор, обладать целым спектром ключевых и профессиональных компетенций. Реализация данной идеи в высшей школе актуализирует проблему повышения эффективности в том числе и естественнонаучного образования, призванного формировать у будущего работника современную научную картину мира как методологическую базу его профессионального и личностного становления.

В основе гармоничного, взаимообусловленного существования человека с окружающей средой лежит мировоззренческая база, предопределяющая характер деятельности и поступков людей по отношению к своему социоприродному окружению. В связи с этим на первый план начинает выдвигаться фигура человека и гражданина, оптимально строящего свои взаимоотношения с природой и осознающего ответственность за результаты своей деятельности. Новые требования к уровню научной грамотности и образованности в целом диктуются интересами выживания человека в условиях обострившегося экологического кризиса. Поэтому в процессе формирования мировоззрения подрастающего поколения естественнонаучные дисциплины призваны способствовать становлению четкой естественнонаучной картины мира и более полному и глубокому пониманию мироустройства.

Вместе с тем совершенно очевидно, что выявление мировоззренческой значимости естественнонаучных дисциплин невозможно без осознания и учета основных тенденций, происходящих в современном мире в целом и в высшей профессиональной школе как одном из важнейших социальных институтов общества.

Стремление преодолеть в образовании внутрипредметную замкнутость и культурную ограниченность, ориентация на широкообразованную и гармоническую личность характерны для всего мирового сообщества. Главной функцией системы высшего профессионального образования должно стать обеспечение условий для самоопределения и самореализации личности, а также формирование у нее образного мышления, широкого кругозора; способности к саморазвитию и самоактуализации, поиску новых решений интеллектуальных задач, свидетельствующих о высоком уровне профессионального мастерства; формирование жизненного опыта, позволяющего быстро ориентироваться в изменяющемся мире.

Достижение поставленной цели, требующей существенного повышения качества естественнонаучной подготовки студентов, может быть обеспечено лишь за счет методологических и содержательных основ преемственности естественнонаучных дисциплин.

В образовательной области естествознания общефилософский принцип преемственности реализуется через межпредметные связи курсов физики, химии, биологии, экологии, которые определяют стратегию и логику формирования фундаментальных естественнонаучных понятий и изучения законов и теорий, общих для цикла естественных наук.

Отдельные естественнонаучные дисциплины в вузе (физика, химия, экологические основы природопользования и др.) не позволяют познать природу как единое целое. В большей мере формированию представлений о единой естественнонаучной картине мира и развитию естественнонаучного мышления у студентов способствуют интегративные предметы.

С.А. Старченко трактует интеграцию как «…объединение в целое каких-либо элементов системы в процессе ее развития, обеспечивающее ее новое, более качественное состояние…. Педагогическая интеграция – это процесс и результат становления целостности педагогической системы» [1].

Именно интегративный подход в образовании обеспечивает развитие естественнонаучного мышления у студентов, так как оно, по определению С.А.Суровикиной, «…формируется и развивается на основе диалектической связи структурных компонентов физических, химических и биологических знаний, характеризующейся преобразованием предметной реальности во всевозможные модели»[2]. Можно утверждать, что естественнонаучное мышление развивается у студентов в результате взаимосвязи и объединения предметных знаний и способов деятельности.

Источниками интеграции содержания выступают:

- На общефилософском уровне: целостность естественнонаучного знания как направления научного познания, адекватно отражающегося в образовательном процессе;
- На социальном уровне: государственный заказ на высококвалификационных работников, обладающих системой ключевых и профессиональных компетенций, одной из составляющих которых является готовность применять полученные естественнонаучные знания в различных ситуациях;
- На личностном уровне: индивидуальные возможности студентов, их предрасположенность к изучению естественных наук.

В структуре теории интеграции содержания естественнонаучного образования важное место занимают уровни интеграции ее осуществления. С.А. Старченко выделяет четыре уровня:

1. Уровень представления учебного предмета (курса, дисциплины). Ведущими факторами, обеспечивающими интеграцию естественнонаучных знаний на уровне учебного предмета, могут выступать предметные научные знания, способы деятельности, знания профессиональной направленности.

2. Уровень осуществления межпредметных связей. На этом уровне ведущим интегрирующим фактором выступают структурные элементы знания, обеспечивающие связь между предметами, курсами, дисциплинами.

3. Уровень синтеза, характеризующийся соединением содержания образования через формирование предметных научных линий содержания образования (внутрипредметный синтез), внедрение синтезированных учебных предметов (межпредметный синтез), а также использование курсов, соединяющих естественнонаучные предметы на основе комплексных знаний и способов деятельности (внутридисциплинарный синтез).

4. Уровень целостности (высший уровень интеграции), характеризуется упорядоченностью, взаимосвязью, взаимообусловленностью содержания естественнонаучного образования с другими циклами дисциплин[2].

Можно утверждать, что естественнонаучное знание обладает огромным гуманитарным потенциалом. В связи с этим особое значение при изучении естественных наук приобретают связи, способствующие реализации общефилософского принципа преемственности не только через интеграцию отдельных естественнонаучных дисциплин в высшей школе, но и гуманитарных, специальных и общепрофессиональных, объединяя научное знание в некоторую целостную систему. Система межпредметных связей позволяет четко построить переход от одного вида деятельности к другому - от изучения естественнонаучных дисциплин к изучению специальных и общепрофессиональных дисциплин. На таком фундаменте возможно целенаправленное формирование современного научного мировоззрения, развитие диалектического системного мышления, умения обобщать знания из разных предметов. Именно эти интеллектуальные способности смогут обеспечить творческое отношение к труду и позволят решить насущные проблемы практики, требующие синтеза знаний из разных предметных областей.

Одной из дисциплин учебного плана специальности 19.02.10 *Технология продукции общественного питания* в Забайкальском институте предпринимательства является дисциплина «Экологические основы природопользования», содержание которой позволяет интегрировать имеющиеся отдельные знания студентов о социоприродном окружении. Содержание предмета способствует формированию у учащихся целостной естественнонаучной картины мира, развитию универсальных умений, таких, как умение учиться самостоятельно, проводить исследование, поиск и обработку информации, видеть проблемы и находить пути их решения, проектировать свою деятельность.

Одной из форм реализации идеи интегративного обучения является бинарная лекция, в которой изложение учебного материала осуществляется в живом диалогическом общении двух преподавателей между собой. При этом режим диалога позволяет удерживать внимание слушателей, а необычная форма проведения вызывает интерес к теме. В рамках изучения дисциплины проводились бинарные лекции двух типов:

1. Лекции, демонстрирующие межпредметные связи между дисциплинами (тема «Роль геоинформационных систем в развитии экологически ориентированного туризма» предполагала совместную работу с преподавателем информатики; тема «Проблемы экологизации экономики» была проведена с участием экономиста).

2. Лекция-столкновение. Такая лекция моделирует ситуации обсуждения теоретических вопросов с разных позиций двумя специалистами, например, представителями двух научных школ, теоретиком и практиком, сторонником и противником того или иного подхода и т.д. При этом нужно стремиться к тому, чтобы диалог преподавателей между собой демонстрировал культуру совместного поиска разрешения разыгрываемой проблемной ситуации, «втягивая» в общение и студентов, которые начинают задавать вопросы, высказывать свои позиции, формулируют свое отношение к содержанию, эмоционально реагируют. (Тема «Есть ли будущее у человечества?», где оппоненты обсуждают проблему увеличения численности населения, влекущую за собой проблемы перенаселения, голода, антропогенной нагрузки на

окружающую среду и пытаются, привлекая студентов, спрогнозировать условия дальнейшего существования человеческого общества).

Бинараная лекция предъявляет к лекторам определенные требования: они должны

- обладать интеллектуальной и личностной совместимостью,
- владеть развитыми коммуникативными умениями,
- обладать быстрой реакцией в ходе обсуждения,
- уметь импровизировать.

Лекция вдвоем помогает студентам не только более глубоко и всесторонне понять изучаемые проблемы, но и способствует формированию таких ключевых компетенций как критическое отношений к информации, умение включиться в диалог, задать вопрос, уважительное отношение к собеседнику, его правам и свободам, ценностное отношение к миру и т.д.

Объединение имеющихся знаний студентов в различных областях позволяет внести существенный вклад в выработку нового стиля мышления – планетарного, что является важным компонентом человеческой культуры, необходимой не только для общего развития. Интеграция естественнонаучного и гуманитарного знания позволяет человеку ориентироваться в окружающем мире, в системе культурных ценностей, что вносит существенный вклад в развитие его духовности.

Библиографический список:

1. Суровикина С. А. Развитие естественнонаучного мышления учащихся в процессе обучения физике: Теоретический аспект: монография / С.А. Суровкина. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2005. – 260 с.
2. Старченко, С. А. Теоретические аспекты интеграции содержания естественнонаучного образования в школе: материалы международного научно-методического семинара «Современные проблемы методики соединения предметов естественнонаучного цикла в профильной школе» / С.А. Старченко. – Троицк : ЧИППКРО, 2010. – 157 с.

УДК 658.382
ББК 30.606

О. В. Номоконова

Учет неопределенности исходной информации при логико-вероятностном моделировании электроопасных ситуаций

Предлагается применение нечетких множеств для учета неопределенности при построении логико-вероятностных моделей. Описывается логико-вероятностная модель возможности неблагоприятного воздействия электрического поля на персонал. Вероятности элементов модели и конечного события представлены как нечеткие числа.

Ключевые слова: логико-вероятностный метод, нечеткое множество, нечеткое число, функция принадлежности.

Успешность построения математической модели определяется тем, насколько глубок и достаточен исходный качественный уровень проникновения в существо проблемы, и насколько адекватно и полно качественные особенности изучаемого объекта могут быть формализованы и отображены в количественных характеристиках математической модели. В процессе разработки вопросов прогнозирования развития сложных систем и управления такими системами возникают проблемы, связанные с необходимостью статистического анализа многомерных объектов, описываемых категоризованными переменными или переменными смешанной природы, когда некоторые из состояний могут быть выражены числом, а некоторые описаны лишь качественно. То или иное заключение о возможных воздействиях на управляемую систему и их последствиях основывается, как правило, во-первых, на оценке перспектив поведения системы при отсутствии управляющего воздействия; во-вторых, на некоторых представлениях о желаемых исходах; в-третьих, на прогнозах возможных исходов с учетом совокупного действия объективных и субъективных факторов, детерминирующих будущее. Чем неопределеннее представления о составляющих математической модели, тем важнее наличие оценки неопределенности. Использование такой оценки в экспертных процедурах позволит сопоставлять между собой различные мнения экспертов, зачастую разнящиеся между собой.

Одним из возможных путей построения таких оценок является использование нечетких множеств [1]:***A***- возможных исходов управляющих воздействий, ***B***- желаемых (допустимых) состояний объекта и ***C*** – состояний, рассматриваемых в процессе экспертизы и учитываемых при принятии решений. Очевидно, что при наличии исчерпывающей информации о системе ***A***=***C***. В противном случае возможны состояния, принадлежащие ***A*** и не принадлежащие ***C***, или наоборот. Решением задачи в такой постановке является подмножество $\boldsymbol{E}\subset\boldsymbol{A}\cap\boldsymbol{B}\cap\boldsymbol{C}$ с заданием критерия выбора, позволяющего найти наилучшие с точки зрения этого критерия ***e*** ***E***.

Для оценки искомой априорной неопределенности постановки задачи функция принадлежности каждого задается по правилу:

.

В начале XX века в работах П. С. Порецкого, С. П. Бернштейна, М. А. Гаврилова был разработан метод логико-вероятностного моделирования (ЛВМ), получивший развитие в трудах С. В. Мерскина, Р. Барлоу, И. А. Ушакова, В. А. Галасина и многих других авторов в 60-70-х годах прошлого века[2]. ЛВМ основан на использовании функций алгебры логики для аналитической записи условий безопасного функционирования систем и переходе от функций алгебры логики к вероятностным функциям, объективно выражающим состояние сложной системы.

Построение логико-вероятностной модели, в частности, может быть использовано для оценки риска неблагоприятного воздействия электрического поля на человека. Логическая модель, отражающая возможность неблагоприятного воздействия электрического поля на работника имеет вид[3]:

(1)

Модель, отражающая процесс возникновения предпосылок повреждения здоровья при работе с электроустановками сверхвысокого напряжения, включает восемь событий, которые могут быть разделены на следующие группы:

- событие, связанное с организацией работ по техническому обслуживанию и ремонту оборудования ( );
- события, отражающие возможность неблагоприятного воздействия электрического поля на персонал (5 элементов модели от до);
- событие, связанное с использованием работником средств индивидуальной защиты ( );
- – конечное событие (возможность неблагоприятного воздействия электрического поля на работника).

Вероятность неблагоприятного воздействия электрического поля на человека для данной модели вычисляется по формуле:

1− 2 3 4 51−− 2 3 4 5 6 7 (2)

Но существенный недостаток логико-вероятностной модели обусловлен неопределенностью информации о вероятностях событий , особенно связанных с действиями человека, поскольку из-за отсутствия статистических данных для их расчета может быть использован только метод экспертных оценок.

Обработка нечеткой информации может быть обеспечена применением лингвистического подхода [1,4],позволяющего использовать для описания элементов структурной модели приближенные субъективные оценки, формализуемые с помощью нечетких чисел и лингвистических переменных. В рамках указанного подхода оценка вероятностей обеспечивается понятием лингвистического критерия [1] , где

K– наименование лингвистического критерия;

T(K) – терм-множество *K*(совокупность лингвистических значений);

– универсальное множество критерия с базовой переменной ;

– синтаксическое правило, порождающее название лингвистических значений критерия;

– семантическое правило, которое каждому лингвистическому значению в конкретном контексте ставит в соответствие его смысл

Причем – нечеткое множество, обеспечивающее переход от словесного к численному описанию объектов.

В зависимости от базовой переменной лингвистический критерий делится на числовой и нечисловой.

Пусть – множество нечетких чисел, заданных на . Гомоморфизм где – эмпирическая система с отношениями, назовем лингвистической шкалой [5]. Теперь лингвистическим назовем критерий, шкальными значениями которого являются нечеткие числа.

Шкалирование лингвистических критериев по важности непосредственно связано с проблемой построения функции принадлежности нечетких множеств. Коэффициенты относительной важности определяются на основе процедуры парного сравнения [6] критериев с использованием оценок, приведенных в табл. 1.

Таблица 1

Шкала оценок важности

Относительная важность критериев и	**Элемент**
Равная важность	1
Немного важнее	3
Важнее	5
Заметно важнее	7
Намного важнее	9
Промежуточные значения	2,4,6,8

Оценку критерия по сравнению с критерием с точки зрения важности обозначим . Тогда матрица оценок примет вид:

, (3)

с собственным вектором , который находим, решая уравнение , где – максимальное собственное значение матрицы . За искомые значения коэффициентов относительной важности примем , для которых выполняется условие нормировки , причем каждый коэффициент будем рассматривать как нечеткое число. Нечеткое число может быть выражено как

, (4)

где – функция принадлежности множеству , объединение по всем .

Учесть и оценить степень несогласованности экспертов при шкалировании критериев можно с помощью коэффициента несогласованности [4]:

(5)

Таким образом, в силу существенных неопределенностей, при логико-вероятностном моделированииэлектроопасных ситуаций целесообразно вероятности структурных элементов модели рассматривать как нечеткие числа[7] (L-R)-типа, где

(6)

При построении математических моделей с использованием вероятностей как нечетких чисел границы их функции принадлежности и могут определяться по формулам:

(7)

(8)

где – расстояния между точками, в которых =0,5 (табл. 2).[8]

Таблица 2

1,2,3,4,6,7,8,9	
10,20,30,40,60,70,80,90	
35,45,55,65,75,85,95	
5	2,8
15	6,45
25	6,75
50	24
Прочие двузначные числа	

[…] – целая часть числа.

Теперь или и для расчета вероятности применимы формулы:

где ;

где ;

где .

Принимая в качестве среднее значение доли открытого распределительного устройства, занимаемой зоной, в которой напряженность электрического поля лежит в диапазоне от до , умноженное на коэффициент , где =; допустимое время нахождения работника в зоне –среднее значение напряженности электрического поля в зоне можно определить вероятности элементов как нечеткие числа (L-R)-типа (табл. 3).

Таблица 3

Значения вероятностей элементов логической модели оценки возможности неблагоприятного воздействия электрического поля на работника

Элемент модели	Вероятность	Нечеткое число

По формуле (2), используя правила (9), (10) и (11), получаем

Полученная вероятность неблагоприятного воздействия электрического поля на человека характеризуется нечетким числом с асиметричной функцией принадлежности, т.е. является нечетким множеством чисел, равных или чуть больших, чем .

Таким образом, применение нечетких чисел как для определения вероятностей элементов логической модели, так и вероятности конечного события позволяет учесть неопределенность исходной информации, и получить, хотя и нечеткий, но как не парадоксально, более точный конечный результат.

Библиографический список:

1. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. / Пер. с англ. Л. А. Заде. М.: Мир, 1976. 165 с.
2. Рябинин А. И. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно сложных систем / А. И. Рябинин, Г. Н. Черкесов. М.: Радио и связь, 1981.264 с.

3. Сидоров А. И. Оценка риска неблагоприятного воздействия электрического поля на персонал вблизи электроустановок сверхвысокого напряжения / А. И. Сидоров, И. С. Окраинская, О. В. Номоконова // Изв. вузов. Проблемы энергетики. 2012. №1-2. С. 107-119.

4. Борисов А. Н. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной / А. Н. Борисов, А. В. Алексеев, О. А. Крумберг и др. Рига: Зинантне, 1982. 256 с.

5. Пфанцгаль И. Теория измерений / Пер. с англ. И. Пфанцгаль. М.: Мир, 1976. 248 с.

6. Саати Т. Л. Взаимодействие в иерархических системах / Т. Л. Саати // Техническая кибернетика. 1979. №1. С. 68-84.

7. Аверкин А. Н. Нечеткие числа в системах искусственного интеллекта и управления / А. Н. Аверкин. Тверь: САНИ. 1991. 11 с.

8. Скофенко А. В. О построении функции принадлежности нечетких множеств, соответствующих количественным экспертным оценкам / А. В. Скофенко // Науковедение и информатика. Киев: Наукова думка. 1981. Вып.22. С. 70-79.

УДК 330.43
ББК 611

Н. П. Степанов

Использование математического моделирования геополитических процессов при рассмотрении экономической безопасности

Подготовка студентов обучающихся по направлению «Экономическая безопасность» требует формирования достаточно широкого кругозора, который позволил бы видеть междисциплинарные связи. Так в курсе «Безопасность жизнедеятельности» базовым является понятие опасности. Опасности идентифицируются, классифицируются, ставится задача предупреждения их возникновения. В соответствии с общепринятой концепцией приемлемого риска, являющегося количественной мерой опасности, не существует абсолютной безопасности, в связи с чем, необходима выработка оптимального соотношения технического и социально-экономического рисков. Действительно, чрезмерные траты на обеспечение безопасности могут привести к недостатку средств на реализацию социально-экономических программ, и как, следствие, возникновение опасностей экономического рода. Классифицируя экономические опасности, в первую очередь, необходимо видеть взаимосвязь между состоянием мировой экономической системы, отдельного государства, региона государства и конкретного предприятия. Таким образом, возникает необходимость знакомства с геополитическими процессами.

Известно, что «субъектами геополитики являются социальные системы различного типа (локальные цивилизации, государства, этнические образования), формирующиеся на основе общности экономических, политических, идеологических, религиозных и других интересов». С точки зрения синергетических подходов, человеческое общество – это сложная неравновесная система, постоянно изменяющаяся эволюционным или революционным образом, способная формировать структуры различной степени сложности и демонстрирующая большой набор приспособительных реакций. Сложность этой системы является серьезным препятствие для создания научных подходов дающих количественные оценки, которые можно было бы использовать для прогнозирования развития ситуации.

В этом отношении, одной из наиболее доступных для непосредственного измерения социальных величин является численность людей, которая может быть использована для построения количественных теорий. В девятнадцатом веке появились достоверные данные о численности населения планеты. Их использование позволяет применить математическое моделирование для описания изменения численности людей с течением времени, цель которого, с одной стороны, дать объяснение глубинных причин наблюдающегося гиперболического роста численности населения, а, с другой стороны, сформировать прогноз на будущее, который в некоторой степени определяет и состояние мировой экономической системы.

Для объяснения высокой скорости роста численности населения автор работы [1] предлагает рассматривать процесс развития человечества как игру человека и природы. В данном случае все человечество представляет собой одну коалицию, которая ведет игру тем эффективнее (снижение естественных рисков, улучшение условий жизни), чем больше численность населения, формирующего эту коалицию. Удалось получить уравнение для описания скорости роста численности населения в виде $dN/dt = A \cdot N^2$, которое хорошо соответствует данным наблюдений. В работе [2] представлены сразу несколько моделей, с разных сторон описывающих процесс взаимного роста численности населения и уровня технологии. Основное положение, на которые опираются эти модели, было сформулировано еще в XVIII веке Томасом Мальтусом. Его можно сформулировать следующим образом: «На протяжении большей части существования человечества рост его численности на каждый данный момент времени был ограничен потолком несущей способности Земли, обусловленным наблюдаемым в данный момент времени уровнем развития жизнеобеспечивающих технологий». Простейшая модель, предлагаемая в работе [2], утверждает, что производство продукта зависит от двух факторов: уровня технологии и численности населения.

Таким образом, совокупный производимый человечеством продукт равен:

$$G = T\,N^a\,V^{1-a},$$

где G – общий продукт, T – уровень технологии, V – используемые земельные ресурсы, параметр a варьируется в пределах от 0 до 1. Величина N соответствует численности людей, при которой они производят на душу населения равновесный продукт g, такой, что численность увеличивается, если среднедушевой продукт выше некоторого критического значения $g_к$, и уменьшается, если среднедушевой продукт меньше $g_к$. Модель Кремера [2] хорошо соответствует эмпирическим данным и дает достаточно убедительное объяснение того, почему на протяжении большей части человеческой истории абсолютные темпы роста численности населения мира были пропорциональны N^2. Рост численности населения в 10 раз подразумевает, что и уровень развития жизнеобеспечивающих технологий вырос в десять раз, так как он оказывается в состоянии поддержать существование на порядок большего числа людей. С другой стороны, десятикратный рост численности населения означает и десятикратный рост числа потенциальных изобретателей, значит, и десятикратное возрастание темпов технологического роста. Таким образом, абсолютная скорость технологического роста увеличиться в 100 раз. А так как N стремится к технологически обусловленному потолку несущей способности Земли, то и абсолютная скорость роста населения мира будет расти пропорционально квадрату численности населения. Утверждается, что данная модель способна объяснить экономическую и демографическую динамику цивилизации на протяжении большей части последних двух тысячелетий.

При рассмотрении закономерностей роста населения Земли человечество рассматривалось как единое целое, т.к. преграды на пути распространения технологий преодолевались. Однако, для объяснения наблюдающегося современного геополитического устройства мира, необходимо учитывать и антогонистические устремления локальных цивилизаций, государств, этнических образований. Переход от концептуального описания геополитических процессов к логико-математическому моделированию наталкивается на ряд трудностей, обусловленных многокомпонентностью системы, многопараметричностью, динамической неустойчивостью общественно-политических процессов и т.д. Оказалось, что сложность модели не гарантирует её преимущество. Напротив, ценность представляют наиболее простые модели, описывающие, тем не менее, достаточно сложные процессы.

Они должны содержать минимальное количество наиболее существенных параметров, не претендуя на детальное описание явления, но создавая качественную картину поведения системы в целом и помогая понять основные механизмы рассматриваемого процесса.

В качестве основы можно использовать модель учитывающую наличие конкурентной борьбы в системе, состоящей из активных элементов [3]. Модель создана на основе анализа взаимодействий политических, экономических, социокультурных, информационных и других систем, которые были формализованы с помощью системы дифференциальных уравнений, описывающих изменение сил различных активных элементов системы, происходящее в результате конкурентной борьбы, имеющей вид:

$du_i/dt = G_I(u_i,x, y) – A (u_i, x, y) – \Sigma_j B_{I,j}(u_I , u_j) + D_I(u_I , x, y),$

$I, j = 1, 2, 3 , …… , N$

Здесь t – время; x, y – пространственные координаты;

u_i – показатель, характеризующий «силу» (степень влияния, относительную концентрацию, доминирование) i – го элемента в момент времени t в точке пространства (x, y).

$G_I(u_i,x, y)$ описывает воспроизводство определенного элемента системы;

$A(u_i, x, y)$ описывает снижение силы элемента вследствие естественных процессов и внутривидовой борьбы;

$B_{I,j}(u_I, u_j)$ описывает антогонистическое взаимодействие элементов различного типа. Этот член отрицателен, он характеризует межвидовую борьбу и означает, что элементы разного типа стремятся подавить друг друга;

$D_I(u_I,x, y)$ описывает возможность миграции элементов в пространстве.

В рамках описанного подхода осуществлялось моделирование этнополитической динамики и формирования государственных образований в Европе [3]. В качестве активных элементов рассматривались этнические группы, распространяющие своё влияние на определенную территорию и организующие на ней то или иное государственное устройство. В соответствии с этим, система уравнений приобретает демографический смысл: u_i - численность населения в рассматриваемом регионе; du_i/dt - изменение численности населения с течением времени; $G_I(u_i,x, y)$ и $A (u_i, x, y)$ - члены, описывающие увеличение представителей какого-либо этноса в результате рождаемости и их убыль в результате естественной смертности и внутренних конфликтов; $\Sigma_j B_{I,j}(u_I , u_j)$ - убыль численности этноса в результате войн с соседями. Считается, что внешние конфликты имеют более ожесточенный характер, чем внутренние. $D_I(u_I , x, y)$ - описывает миграцию и вытеснение одних этносов другими вследствие того, что природные ресурсы, будучи ограниченными и принципиально важными для технологического развития отдельных регионов, представляют сегодня фактически поле конкуренции и борьбы за выживание.

Удовлетворительное соответствие результатов моделирования с реальной динамикой эволюции этносов [3] указывает на то, что рассматриваемая модель достаточно хорошо отражает логику этнополитических процессов. Действительно, в реальной жизни пока не существует единого человечества, единой системы управления. До сих пор существуют антагонистические противоречия между различными регионами земли, и если они перестали формулироваться в колониальных или идеологических терминах, это не значит, что они исчезли. Конкретная форма, в которую облекаются геополитические противоречия, второстепенна, суть же остается неизменной. Вопрос о том, какие ресурсы следует использовать, каким образом они будут влиять на экономику регионов, не может быть рассмотрен в исключительно экономическом смысле в отрыве от геополитики. С точки зрения чисто экономической, мы ни когда не объясним множество явлений, связанных с этой сферой, а, следовательно, не сможем адекватно реагировать на возникающие экономические опасности.

Библиографический список:

1. Кинг А., Шнейдер А. Первая глобальная революция. М. Прогресс, 1992.
2. Кремер М. (Kremer 1993): «Population Growth and Technological Change: One Million B.C. to 1990 (Рост населения и технологические изменения: от одного миллиона лет до нашей эры до 1990 года)» М.: Мир, 1993. – 217 с.
3. Малков С.Ю., Малков А.С. Математическое моделирование социальной динамики. М.:КомКнига, 2005. – 184 с.

УДК 527.226
ББК 214.4

Н. П. Степанов,
Е. Н. Трубицына

Применение соотношений Крамерса-Кронига для анализа спектров отражения и расчета оптических функций

Общая теорема дисперсионных соотношений связывает компоненты спектроскопических функций интегральными соотношениями – формулами Крамерса – Кронига, что позволяет проводить анализ спектров отражения и расчета оптических функций

Ключевые слова: дисперсионные соотношения, оптические функции, коэффициент поглощения, коэффициент отражения, функция диэлектрической проницаемости, функция энергетических потерь, соотношение Крамерса - Кронига

Взаимодействие света с веществом происходит в соответствии с принципом суперпозиции, учитывающим вклад различных механизмов поляризации в функцию диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$. Функция $\varepsilon(\omega)$ аналитична вследствие того, что поляризация не возникает до того, как приложено внешнее электрическое поле $\overline{E}$, что и предопределяет выполнение принципа причинности, как в обычной (выход не может предшествовать входу), так и в релятивистской (не существует сигналов, распространяющихся со скоростью, большей скорости света в вакууме) формах. Связь между вектором напряженности внешнего электрического поля световой волны $\overline{E}$ и вектором поляризации $\overline{P}$ линейна и локальна, причем значение $\overline{P}$ в данный момент времени обусловлено всеми предшествующими моментами в данной точке. Инерционность механизмов поляризации приводит к дисперсионной зависимости диэлектрической проницаемости и других связанных друг с другом оптических функций от частоты возбуждающего сигнала.

В спектроскопии различают три пары функций: действительная ε_1 и мнимая ε_2 части функции диэлектрической проницаемости, показатель преломления n и коэффициент экстинкции k, коэффициент отражения R и фаза отраженной световой волны θ. Причем первые параметры в парах являются реальными, а вторые – мнимыми частями комплексных оптических функций. Связь между компонентами каждой пары не имеет аналитического вида. Общая теорема дисперсионных соотношений, основанная на линейности рассматриваемого процесса поляризации, инвариантности относительно временных сдвигов и условий причинности, связывает компоненты каждой пары интегральными соотношениями – формулами Крамерса – Кронига [1]:

$$n(\omega_0) = 1 + 2\pi^{-1}\int_0^{\infty}\frac{\omega k(\omega)d\omega}{\omega^2-\omega_0}, \qquad (1)$$

$$k(\omega_0) = -\frac{2\omega_0}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{n(\omega)d\omega}{\omega^2-\omega_0}, \qquad (2)$$

$$\ln R^{0,5}(\omega_0) = 1 + 2\pi^{-1}\int_0^{\infty}\frac{\omega\theta(\omega)d\omega}{\omega^2-\omega_0}, \qquad (3)$$

$$\theta(\omega_0) = -\frac{2\omega_0}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{\ln R^{0,5}(\omega)d\omega}{\omega^2-\omega_0}. \qquad (4)$$

В настоящее время применение дисперсионных соотношений, связывающих амплитуду R и фазу θ отраженной волны в случае нормального падения излучения, – один из методов восстановления оптических функций из экспериментальных спектров отражения *R*. Экспериментально определяется $|\hat{r}|^2 = R$, а $\theta(\omega)$ определяется по спектрам $R(\omega)$ из дисперсионных соотношений (4). Зная $R(\omega)$ и $\theta(\omega)$, можно восстановить частотные зависимости $\varepsilon_1, \varepsilon_2, n, k$, коэффициент поглощения μ и функцию энергетических потерь $\mathrm{Im}\,\varepsilon^{-1} = \varepsilon_2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)^{-1}$, поскольку для случая малого угла падения света из вакуума на поверхность поглощающего твердого тела известны следующие формулы:

$$k = 2\sqrt{R}A^{-1}\sin\theta, \tag{5}$$
$$n = (1-R)A^{-1}, \tag{6}$$
$$\varepsilon_1 = n^2 - k^2, \tag{7}$$
$$\varepsilon_2 = 2nk, \tag{8}$$
$$\mu = 4\pi\lambda^{-1}k, \tag{9}$$
$$\mathrm{Im}\,\varepsilon^{-1} = \varepsilon_2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)^{-1}, \tag{10}$$

где

$$A = 1 + R - 2R^{0,5}\cos\theta. \tag{11}$$

Практическая реализация расчета оптических функций из спектров коэффициента отражения начинается с приведения выражения (4) к виду удобному для численного интегрирования:

$$\theta(\lambda') = \frac{\lambda'}{\pi}\int_0^\infty \frac{\ln R(\lambda')}{\lambda'^2 - \lambda^2} d\lambda. \tag{12}$$

Так как

$$\theta(\lambda') = \int_0^\infty \frac{\ln R(\lambda')}{\lambda'^2 - \lambda^2} d\lambda = \ln R(\lambda)(-\int_0^\infty \frac{d\lambda}{\lambda^2 - \lambda'^2}) = \ln R(\lambda)(-\ln\left|\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda + \lambda'}\right|) =$$
$$= \ln R(\lambda)\ln\left|\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda + \lambda'}\right|^{-1} = \ln R(\lambda)\ln\left|\frac{\lambda + \lambda'}{\lambda - \lambda'}\right| \tag{13}$$

и в пределе $\lambda \to \infty$

$$\left|\frac{\lambda + \lambda'}{\lambda - \lambda'}\right| \to 1 \Rightarrow \ln\left|\frac{\lambda + \lambda'}{\lambda - \lambda'}\right| \to 0. \qquad (14)$$

Таким образом,

$$\int_0^\infty \frac{\ln R(\lambda')}{\lambda'^2 - \lambda^2} d\lambda = 0. \qquad (15)$$

В итоге выражение (4.2.12) можно переписать в виде:

$$\theta(\lambda') = \frac{\lambda'}{\pi} \int_0^\infty \frac{\ln R(\lambda) - \ln R(\lambda')}{\lambda^2 - \lambda'^2} d\lambda. \qquad (16)$$

Теперь, если спектры отражения $R(\lambda)$ являются плавной функцией на измеренном участке, то подынтегральное выражение (16), в отличие от выражения (12), уже не содержит особенности при $\lambda = \lambda'$.

Расчет фазового угла, согласно формуле (16), требует задания коэффициента отражения на всем интервале длин волн от 0 до ∞, в то время как реальный спектр может быть получен в сравнительно небольшом интервале частот.

Для произвольного вещества спектр $R(\lambda)$ за пределами исследуемого интервала (λ_1, λ_2) может содержать большое число полос, и вклад участков за пределами (λ_1, λ_2) может быть значительным. С учетом этого выражение (16) перепишем в виде:

$$\theta(\lambda') = \frac{\lambda'}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\ln R(\lambda) - \ln R(\lambda')}{\lambda^2 - \lambda'^2} d\lambda + d\theta(\lambda'), \qquad (17)$$

где $d\theta(\lambda')$ – поправка в фазовый угол, связанная с необходимостью учета удаленных переходов.

$$d\theta(\lambda') = \frac{\lambda'}{\pi} \cdot \frac{1}{2\lambda'} \left(\ln\frac{R(\lambda')}{R(\lambda_1)} \cdot \ln\left|\frac{\lambda_1 + \lambda'}{\lambda_1 - \lambda'}\right| + \ln\frac{R(\lambda')}{R(\lambda_2)} \cdot \ln\left|\frac{\lambda_2 + \lambda'}{\lambda_2 - \lambda'}\right| \right). \qquad (18)$$

$$\text{т. к. } \int \frac{d\lambda}{\lambda^2 - \lambda'^2} = \frac{1}{2\lambda'} \ln\left|\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda + \lambda'}\right| = -\frac{1}{2\lambda'} \ln\left|\frac{\lambda + \lambda'}{\lambda - \lambda'}\right|, \qquad (19)$$

Таким образом, поправка в фазовый угол может быть вычислена аналитически при выполнении условия, что за пределами диапазона $[\lambda_1, \lambda_2]$ значения R постоянны и равны соответствующим значениям на краях интервала. Именно это обстоятельство, а также то, что при достаточном удалении границ спектра друг от друга внутри интервала значение $\theta(\lambda')$ определяется в основном ближайшим окружением точки λ', позволяет в первом приближении решить задачу расчета фазового угла, а, следовательно, и всего комплекса оптических функций.

Для более корректного решения задачи нами было использовано то обстоятельство, что поведение оптических функций, обусловленное откликом свободных носителей на излучение, можно рассчитать в рамках классической теории дисперсии Друде – Лоренца. При этом возможен модельный расчет коэффициента отражения в достаточно широком интервале. Обработка такого модельного спектра по соотношениям Крамерса-Кронига в условиях, когда его границы λ_1' и λ_2' удовлетворяют условиям $\lambda_1' << \lambda_1 < \lambda_2 << \lambda_2'$, где λ_1 и λ_2 – примерные границы спектра, которые могут быть достигнуты в эксперименте, позволяет получить расчеты фазового угла с наперед заданной точностью. Действительно, расчет фазового угла по спектру в границах λ_1' – λ_2' и в границах λ_1 – λ_2 позволяет определить и учитывать в дальнейшем величину ошибки в определении фазового угла в неизмеренных участках спектра ($\Delta\theta_1$ + $\Delta\theta_3$). Так, на рис.1 представлены следующие кривые: 1 – истинная величина поправки, определяемая как разность

$$\theta(\lambda') - \Delta\theta_2 = \Delta\theta_3 + \Delta\theta_1 \qquad (20)$$

в случае расчета по спектру в пределах $\lambda_1' - \lambda_2'$; 2 – поправка с ошибкой, возникающей вследствие расчета по модельному спектру, полученному в узких пределах $\lambda_1 - \lambda_2$; 3 – разность между кривыми 1 и 2 ($\Delta\theta$). Зная частотную зависимость ошибки в определении фазового угла, можно минимизировать возникающую в ходе расчетов погрешность. С этой целью был разработан алгоритм учета поправок и создана программа, учитывающая в автоматическом режиме погрешность при расчете фазового угла. Расчет оптических функций из экспериментальных спектров отражения, таким образом, проводился в три этапа. На первой стадии анализ Крамерса – Кронига в границах экспериментального спектра $\lambda_1 - \lambda_2$ позволяет определить параметры плазменных колебаний ε_{∞}, τ и ω_p. Используя указанные параметры для расчета спектра в рамках модели Друде – Лоренца и дальнейшей обработки расчета при помощи дисперсионных соотношений Крамерса – Кронига, можно определить ошибки, возникающие в расчете фазового угла для данного случая, и произвести повторный, более корректный, расчет оптических функций. Корректировка процедуры расчета фазового угла и диэлектрической проницаемости по модельным спектрам обеспечила точность определения ε_1 и ε_2 не хуже 1−1.5 %. Достижение высокой точности расчета является необходимым в том случае, когда задачей исследования является поиск слабо проявляющихся механизмов взаимодействия излучения с кристаллом.

Для повышения точности вычисления интеграла, в том числе и для участков вблизи границы интервала измерения, использовалась интерполяционная схема Лежандра, приспособленная для осредненных парабол, позволяющая получить более гибкий способ задания количества и расстановки точек для вычисления интеграла по измеренному участку спектра.

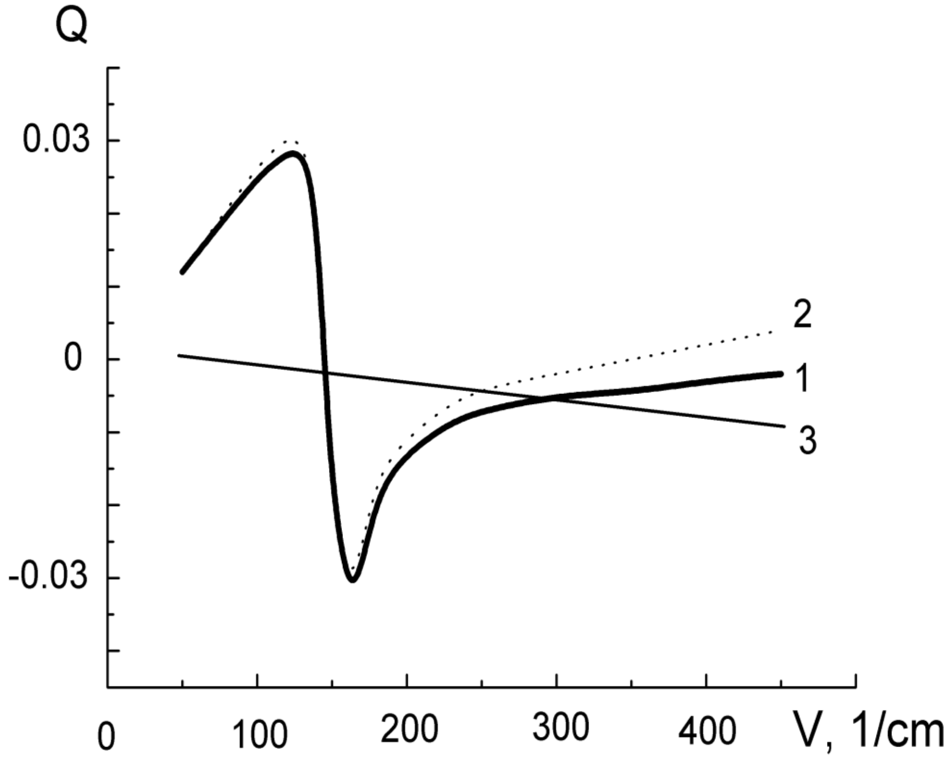

Рис.1. Расчет поправки в фазовый угол Q от неизмеренных участков спектра. 1- величина поправки, полученная в ходе расчета модельного спектра в широких границах, 2 - величина поправки, полученная в ходе расчета модельного спектра в узких границах, 3 -разность между кривыми 1 и 2.

В соответствии с описанной методикой применения соотношений Крамерса-Кронига из экспериментальных спектров отражения были рассчитаны спектральные зависимости действительной и мнимой части функции диэлектрической проницаемости $\varepsilon_1(\nu)$ и $\varepsilon_2(\nu)$, а также функция диэлектрических потерь $\mathrm{Im}\,\varepsilon^{-1} = \varepsilon_2(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)^{-1}$, характеризующая интенсивность процессов диссипации энергии падающего на кристалл электромагнитного излучения.

Функция энергетических потерь представляет особый интерес для исследования оптических свойств вещества в области плазменных эффектов, поскольку большая часть экспериментальной информации о явлении плазменного резонанса носителей заряда в металлах и полупроводниках получена из экспериментов по характеристическим потерям энергии, в ходе которых непосредственно определяется зависимость $-\mathrm{Im}\,\varepsilon^{-1}$ [2].

Библиографический список:

1. Соболев В. В., Немошкаленко В. В. Методы вычислительной физики в теории твердого тела. – Киев: Наукова думка, 1988. – 280 с.

2. Dresselhaus M.S. Electronic Properties of the group V semimetals // J. Phys. Chem. Solids. – 1971. – V. 32. – №1. – P. 3 –33.